

М.М. Глушик, Н.М. Телесницька

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

посібник

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

“Новий світ – 2000”
Львів – 2020

УДК 330.45(07)
ББК 65в661я7
Г55

*Рекомендовано Міністрством освіти і науки
України як навчальний посібник
(Лист № 1.4/18-Г-1605 від 3.07.08)*

Рецензенти:

Мізюк Б. М. – доктор економічних наук, професор, декан факультету менеджменту Львівської комерційної академії,

Слоньовський Р. В. – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри прикладної математики національного університету «Львівська політехніка»,

Юринець В. Є. – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем в менеджменті Львівського національного університету ім. І Франка.

Г55 М.М. Глушик, Н.М. Телесницька
Дослідження операцій. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2020. –
368 с.

ISBN 978-966-418-075-4

Навчальний посібник містить основні розділи курсу “Дослідження операцій” згідно програми, за якою дана дисципліна читається для студентів менеджерів. Кожна тема супроводжується прикладами та контрольними запитаннями. Запропонований набір практичних і індивідуальних завдань буде сприяти засвоєнню і розумінню основних теоретичних понять.

Посібник призначений для студентів менеджерів, спеціалістів-менеджерів.

ISBN 978-966-418-075-4

© М.М. Глушик, Н.М. Телесницька, 2020
© “Новий світ – 2000”, 2020

ЗМІСТ

Передмова	8
Вступ	9
Тема 1. Предмет та завдання дисципліни	14
1. Значення використання сучасних математичних методів та моделей в управлінні.....	14
2. Операції та їх ефективність.....	16
3. Етапи розв'язування задач з використанням математичних методів.....	19
4. Математична модель операції.....	21
5. Зміст предмета дисципліни “Дослідження операцій”	22
Питання для самоконтролю	24
Тема 2. Методи економіко-математичного моделювання	25
1. Загальні аспекти економіко-математичного моделювання.....	25
1.1. Зміст економіко-математичних моделей.....	27
1.2. Етапи економіко-математичного моделювання	28
1.3. Особливості, принципи математичного моделювання	30
1.4. Методика побудови економіко-математичних моделей	34
1.5. Класифікація економіко-математичних моделей.....	39
2. Аналіз результатів розв'язків за лінійними економіко-математичними моделями.....	42
2.1. Перша задача аналізу	43
2.2. Друга задача аналізу	49
2.3. Третя задача аналізу	50
2.4. Післяоптимізаційний аналіз економіко-математичних задач	51
2.4.1. Аналіз діапазону змін компонент вектора обмежень	52
2.4.2. Аналіз діапазону змін коефіцієнтів цільової функції	58
2.4.3. Аналіз діапазону змін коефіцієнтів матриці обмежень.....	61
2.5. Використання двоїстих оцінок в аналізі економічних задач	63
2.6. Заключні зауваження щодо аналізу на чутливість.....	69
Контрольні питання і задачі.....	70

Тема 3. Економіко-математичні задачі та моделі планування господарської діяльності підприємств.....72

1. Загальні зауваження	72
2. Характеристика основних типів економіко-математичних задач планування і управління. Статистичні та динамічні економіко-математичні моделі	73
2.1. Задача про призначення: постановка, модель, методи розв'язування	75
2.1.1. Задача про агента	75
2.1.2. Задача комівояжера	76
2.2. Розподіл ресурсів між двома неоднорідними підприємствами	84
2.3. Розподіл ресурсів між n неоднорідними підприємствами	90
2.4. Задача завантаження транспортного засобу.....	94
2.5. Мінімізація витрат на будівництво та експлуатацію підприємств	98
2.6. Задача про збільшення виробничих потужностей за рахунок відрахувань з прибутку.....	101
2.7. Задача про вибір оптимальних технологій	103
2.8. Задача про складання рецептів сумішей.....	104
3. Загальна характеристика задач стохастичного програмування....	105
3.1. Задача розподілу ресурсів в стохастичному варіанті	106
4. Матричне планування.....	107
4.1. Балансовий метод. Принципова схема міжгалузевого балансу (МГБ)	107
4.2. Економіко-математична модель міжгалузевого балансу.....	112
4.3. Коефіцієнти прямих і повних матеріальних витрат	114
4.4. Обчислювальні аспекти розв'язування задач на підставі моделі МГБ	117
4.5. Міжгалузеві балансові моделі в аналізі економічних показників	121
4.6. Застосування балансових моделей у задачах маркетингу	126
Приклади та завдання для самостійної роботи.....	127

**Тема 4. Методи і моделі управління
запасами.....137**

1. Загальні зауваження 137

2. Основні елементи системи управління запасами..... 138

3. Управління однономенклатурними запасами (детермінована модель без дефіциту) 142

4. Управління однономенклатурними запасами (детермінована модель з дефіцитом)..... 144

5. Управління багатноменклатурними запасами 147

5.1. Управління багатноменклатурними запасами з загальним періодом поставок..... 147

5.2. Управління багатноменклатурними запасами при наявності обмежень 151

6. Динамічні стохастичні моделі управління запасами 154

6.1. Основні поняття та визначення 154

6.2. Управління запасам з нормально розподіленим попитом 156

6.3. Управління запасами, коли попит розподілений за законом Пуассона та показниковим законом 157

Приклади та завдання для самостійної роботи..... 158

Тема 5. Системи масового обслуговування161

1. Предмет і задачі теорії масового обслуговування..... 161

2. Потоки вимог 163

3. Основні типи систем масового обслуговування (СМО) 168

4. Одноканальні СМО з очікування..... 170

5. Багатоканальні СМО з очікуванням..... 172

6. Багатоканальні СМО з відмовами (втратами) 174

7. Багатофазні СМО 175

8. Змішані СМО (системи з обмеженнями)..... 177

Приклади та завдання для самостійної роботи..... 179

**Тема 6. Математичні методи і моделі мереженого
управління і планування182**

1. Задачі планування і управління проектами..... 182

2. Основні поняття мереженого планування і управління 183

3. Правила побудови мережених графіків 188

4. Мережевий і часовий графіки 192

5. Алгоритм задачі мереженого програмування	198
6. Оптимізація плану комплексу робіт	213
Приклади та завдання для самостійної роботи	222

Тема 7. Задачі та моделі заміни226

1. Постановка задачі	226
2. Вибір оптимальної стратегії заміни обладнання	227
Приклади та завдання для самостійної роботи	233

Тема 8. Задачі з умовами невизначеності та конфлікту239

1. Предмет теорії ігор	240
2. Основні визначення і положення теорії ігор	241
2.1. Учасники гри, стратегії, виграші	241
2.2. Класифікація ігор і загальні положення про методи їх розв'язування	244
3. Матричні ігри двох гравців з нульовою сумою	248
3.1. Моделювання деяких ігрових ситуацій	248
3.2. Розв'язування матричних ігор в чистих стратегіях	253
3.3. Ігри зі змішаними стратегіями	259
3.4. Геометрична інтерпретація розв'язування матричних ігор	261
3.5. Зведення матричної гри до задачі лінійного програмування	266
4. Критерії оптимальності. Обробка експертної інформації	272
5. Заключні зауваження	277
Приклади та завдання для самостійної роботи	278

Тема 9. Багатокритеріальні задачі в менеджменті283

1. Проблеми багатокритеріальної оптимізації в економіці	283
1.1. Відношення пере важності	286
1.2. Функція цінності	289
1.3. Побудова порядкової функції цінності на скінченій множині	290
1.4. Побудова інтервальної функції цінності на одновимірній множині	294

1.5. Визначення окремих значень функції цінності на багатовимірній множині	298
1.6. Побудова відносної функції цінності на скінченій множині	301
2. Змістовна класифікація задач багатокритеріальної оптимізації	311
2.1. Класифікація типових проблем прийняття рішень при багатокритеріальній оптимізації	312
2.2. Методологічні проблеми розв'язування багатокритеріальних задач	315
3. Приклади розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації	317
4. Класичні критерії (принципи) прийняття економічних рішень за умов ризику та/або невизначеності	322
4.1. Концепція очікуваної корисності у прийнятті економічних рішень за умов ризику	331
5. Методи, які базуються на людино-машинних процедурах (інтерактивне програмування)	357
5.1. Людино-машинні процедури (ЛМП)	357
5.2. Класифікація ЛМП	358
5.3. Прямі ЛМП	359
5.4. Задачі ЛМП	359
Приклади та завдання для самостійної роботи	362
Література	366

ПЕРЕДМОВА

Економічна наука на сучасному етапі більше уваги приділяє питанням організації та управління. Це обумовлено швидким розвитком економіки, збільшенням темпів та вартості реалізації проектів, автоматизацією управління, науковим аналізом складних економічних процесів з метою удосконалення структури та організації прийняття рішень. Наука повинна дати рекомендації прийняття найкращого рішення при управлінні економічними процесами. В свою чергу це вимагає ефективного використання і досконалого володіння математичним апаратом. Це забезпечується цілою низкою прикладних математико-економічних дисциплін, таких як “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Математичне програмування” і ін. Чільне місце займає курс “Дослідження операцій”, в якому викладаються основні математичні методи вибору найкращого (оптимального) засобу дій при розв’язуванні економічних задач, за умови, коли мають місце обмеження техніко-економічного характеру. Такий вибір можна зробити, застосувавши математичні методи для моделювання економічних систем і провівши аналіз їх характеристик.

В курсі розглядаються конкретні задачі і їх економіко-математичні моделі. Це моделі лінійного і нелінійного програмування, оптимального розподілу ресурсів, управління запасами, моделі масового обслуговування, задачі упорядкування та координації, мережевого планування, моделі заміни, задачі з умовами невизначеності та конфлікту, багатокритеріальні задачі менеджменту.

Значна частина матеріалу, який ввійшов в даний посібник, протягом останніх років викладалася в Львівській комерційній академії в лекційному курсі “Дослідження операцій”. Надзвичайно корисним, з точки зору успішного, в тому числі і самостійного засвоєння студентами основних понять і методів дослідження операцій, є неформальне доповнення його вдало підібраними до кожної теми пакетами завдань для аудиторної, домашньої та індивідуальної роботи студентів.

Автори висловлюють щирю вдячність доктору економічних наук, професору Мізюку Б.М., доктору фізико-математичних наук, професору Слоньовському Р.В., доктору фізико-математичних наук, професору Юринцю В.Є. за корисні зауваження, висловлені ними при рецензуванні роботи, які сприяли поліпшенню змісту посібника.

Михайло Глушик
Наталія Телесницька

ВСТУП

Розвиток сучасного суспільства досяг того рівня, коли виникає нагальна потреба в розробці ефективних методів управління організаційними системами різного призначення та різних рівнів. Прикладами таких систем є окремі виробництва, галузі господарства, структури управління (військові, державні), господарські комплекси і т. ін.

Процеси (зокрема, економічні), які протікають в цих системах, є керованими, якщо можна певним чином впливати на хід їх розвитку. Під управлінням розуміють сукупність рішень, які приймають на кожному етапі, для впливу на хід розвитку процесу.

Предметом дослідження операцій є аналіз функціонування виробничо-господарських систем і розробка методів оптимального управління ними з використанням відповідних математичних моделей. Вирішення цих проблем досягається системним, всебічним вивченням процесів у досліджуваних системах, синтезом якісних досліджень і певного математичного апарату в поєднанні з широкими можливостями сучасних персональних комп'ютерів.

Методика вивчення курсу базується на єдності проблемних лекцій, семінарських, лабораторних і практичних занять, які передбачають розв'язування типових прикладів і задач. Вивчення студентами вузлових тем передбачає виконання ними індивідуальних завдань та самостійну роботу над курсом.

Невідповідність годин, відведених на лекційні та практичні заняття, визначає необхідність розгляду деяких теоретичних питань на семінарських заняттях, а також винесення їх на самостійну роботу. Тому виникла необхідність у підготовці до видання посібника, який б певною мірою охоплював теми, передбачені програмою, та разом з працями, наведеними в списку використаної літератури, допоміг студентам при підготовці до лекційних, семінарських, практичних занять, виконанні індивідуальних завдань, самостійній роботі над курсом. Без сумніву, він буде корисним як студентам очної, так і студентам заочної форм навчання, а також спеціалістам-практикам.

Теоретичний матеріал викладається від інтуїтивного введення та обґрунтування теоретичних понять до рекомендацій щодо їх застосування при розв'язуванні прикладів і задач.

Запропоновані в кінці кожної теми контрольні запитання та практичні завдання, а також наведені в кінці праці індивідуальні завдання

сприятимуть кращому розумінню та засвоєнню основних теоретичних положень і розвиватимуть уміння застосовувати їх при розв'язуванні прикладів та задач.

Типова програма

Навчальний курс “Дослідження операцій” передбачає вивчення студентами наступних тем:

Тема 1. Предмет та задачі дисципліни

Значення використання сучасних математичних методів та моделей в управлінні. Етапи вирішення задач з використанням математичних методів. Операції та їх ефективність. Поняття економіко-математичної моделі та моделювання. Математична модель операції. Зміст предмету дисципліни “Дослідження операцій”.

Тема 2. Методи економіко-математичного моделювання

Загальна постановка задач у детермінованому та недетермінованому випадках.

Класифікація економіко-математичних моделей.

Принципи складання економіко-математичних моделей. Методи складання моделей (методи чорного та білого ящиків). Прийоми складання моделей (введення додаткових змінних коефіцієнтів пропорційності, коефіцієнтів змінності та інше). Економічні приклади моделей лінійного програмування. Аналіз результатів розв'язків за лінійними економіко-математичними моделями: виявлення альтернативних оптимальних планів; визначення границь можливої варіації коефіцієнта цільової функції, коефіцієнта вектору обмежень, коефіцієнта технологічної матриці. Приклади практичного використання двоїстих оцінок в аналізі економічних задач.

Тема 3. Задачі та моделі оптимального розподілу ресурсів

Характеристика основних типів задач оптимального розподілу ресурсів. Статичні та динамічні моделі задач.

Задача про призначення: постановка, модель, метод розв'язування.

Задачі та моделі оптимального використання сировини та матеріалів.

Задача оптимізації виробничої програми: формалізація виробничих умов, обмежень з попиту продукції та послуг, критеріїв оптимальності; аналіз оптимальних планів.

Матричне планування: формалізація процесу планування. Методика складання матричної моделі, порядок розрахунку основних показників плану.

Моделювання задач оптимального розвитку підприємств. Методика складання та розв'язування цілочислової та транспортно-виробничої моделей оптимального розвитку.

Задача про розподіл інвестиційних ресурсів між об'єктами, її подання моделлю динамічного програмування; алгоритм знаходження оптимального плану.

Тема 4. Оптимізаційні задачі управління запасами

Сутність проблеми оптимального управління запасами. Класифікація витрат, пов'язаних зі створенням та зберіганням запасів. Основи теорії управління запасами.

Постановка задачі оптимізації поточних запасів за річних умов постачальника. Статичні детерміновані моделі оптимізації управління запасами без дефіциту та з дефіцитом. Стохастичні моделі управління запасами. Методи визначення оптимальних страхових запасів на основі дослідження коливань: термінів поставок, одночасно обсягів і термінів поставок, дефіцитів матеріалів. Використання методу статистичного моделювання для визначення множини маршрутів поставок.

Методи регулювання запасів. Система регулювання запасів при сталій періодичності замовлень.

Комплексна задача планування та зберігання продукції в умовах неоднакового попиту в різні періоди.

Тема 5. Задачі масового обслуговування

Сутність задач масового обслуговування.

Характеристика елементів системи масового обслуговування: вимоги, вхідний потік вимог, черга вимог, канали обслуговування, вихідний потік вимог.

Аналіз витрат, які виникають у системі масового обслуговування. Характеристика найпростішого потоку вимог (пуассонівського). По-

казниковий закон розподілу часу обслуговування вимог. Класифікація систем масового обслуговування: системи з відмовленнями, з очікуваннями.

Розрахунок параметрів системи масового обслуговування: коефіцієнтів простою вимог у черзі та в системі, простою каналів обслуговування, середнього часу очікування вимог у черзі.

Аналіз кількісних оцінок системи масового обслуговування з обмеженою та необмеженою чергою.

Методика визначення оптимальної кількості каналів обслуговування.

Тема 6. Задачі упорядкування та координації. Мережеве планування

Характеристика задач упорядкування та координації. Постановки задач оптимізації послідовності обробки виробів (надання послуг). Використання методів цілочислового програмування та комбінаторних для розв'язування задач упорядкування.

Зміст та сфери використання мережевих методів планування та управління. Класифікація систем мережевого планування та управління. Характеристика комплексу робіт. Елементи мережевого графіка, методика його побудови. Розрахунки основних параметрів мережевого графіка (аналітичний метод, матричний).

Характеристика основних типів мережевих моделей (детерміновані, з урахуванням часу, вартості, ресурсів; недетерміновані).

Методи оптимізації мережевого графіка за критерієм часу: без врахування та з врахуванням ресурсів.

Управління комплексом робіт за допомогою мережевого графіка.

Тема 7. Задачі та моделі заміни

Сутність та класифікація задач заміни.

Постановка задачі заміни обладнання тривалого використання. Оптимізація терміну заміни обладнання при заміні його однотипним або більш продуктивним.

Динамічна модель заміни обладнання.

Оптимізація термінів заміни з метою попередження відмовлень.

Тема 8. Задачі з умовами невизначеності та конфлікту

Характеристика задач стохастичного програмування.

Характеристика задач теорії ігор, приклади (задача оптимізації пропорцій випуску продукції за умов залежності прибутку від попиту; задача про зберігання продукції, яка швидко псується).

Тема 9. Багатокритеріальні задачі в менеджменті

Характеристика, приклади багатокритеріальних оптимізаційних задач. Основні властивості багатокритеріальної задачі, проблема визначення її розв'язку. Методи багатокритеріальної оптимізації управлінських рішень.